

AANTAL KAARTEN VOORSPELLEN

Benodigdheden

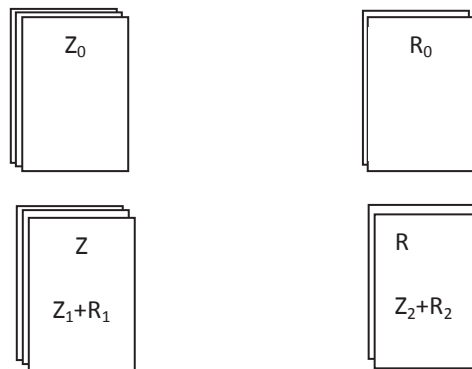
Een spel kaarten.

Vorbereiding

Geen

Uitvoering

We schudden een pak van 52 kaarten. Dan maken we vier stapeltjes: we nemen de bovenste kaart en kijken welke kleur dat is. Een zwarte kaart leggen we bloot op stapeltje Z_0 , een rode kaart leggen we op stapeltje R_0 . Voor elke kaart die we op deze stapeltjes leggen, leggen we ook een bedekte kaart op het stapeltje eronder.



Dus als we een zwarte kaart op Z_0 leggen, dan leggen we een bedekte kaart op Z , daarna trekken we bijvoorbeeld een rode kaart die leggen we op R_0 en we leggen een bedekte kaart op stapeltje R . In de stapeltjes Z en R zit dus een ongekennde mengeling van zwarte en rode kaarten. De goochelaar voorspelt dat er evenveel zwarte kaarten in Z zitten als rode kaarten in R . Het publiek controleert. De goochelaar neemt nu stapeltje Z , het publiek krijgt het stapeltje R . De goochelaar bekijkt zijn kaarten eens goed en kan dan zeggen hoeveel zwarte en rode kaarten er in stapeltje R zitten. Om het aantal zwarte kaarten te bepalen in de stapel R van het publiek, trekt hij twee keer het aantal zwarte kaarten dat hij vast heeft en één keer het aantal rode kaarten dat hij vast heeft af van 26.

HET REKENWONDER

Benodigdheden

Het getal wondergetal 5 882 352 941 176 470; een computer om je rekenresultaat te laten controleren.

Voorbereiding

Je moet vooraf weten hoe je snel het product kunt 'aflezen' (zie hieronder).

Uitvoering

Je schrijft het getal 5 882 352 941 176 470 op een bord of flap. Je vraagt het publiek een getal te geven tussen 2 en 16. Jij vermenigvuldigt deze twee getallen supersnel.

Hoe?

Noem w het wondergetal dat je opgeschreven hebt en x het getal van het publiek.

- Als $1 < x \leq 7$: ga in w op zoek naar het kleinste getal van twee cijfers dat groter is dan $5x$. Schrijf vanaf daar de cijfers van w op tot je 'rond bent' en vul aan met een nul.
- Als $8 \leq x \leq 14$: ga in w op zoek naar het op één na kleinste getal van twee cijfers dat groter is dan $5x$.
- Voor $x = 15$ of 16 : ga op zoek na het op twee na kleinste getal van twee cijfers dat net groter is dan $5x$
- Voor $x = 17$ is de uitkomst 100 000 000 000 000 000.

(Uiteraard laat je voor de goocheltruc 17 niet toe.)

MEETKUNDIG VERDWIJNEN

De volgende trucs zijn gebaseerd op hetzelfde principe als dat van het doosje dat de goochelaar gebruikte.

Curry's Paradox

Vorbereitung

Je maakt een rechthoek van 13 op 5 (of 26 op 10) en drie driehoeken met respectievelijk hoogte 5 en breedte 13 (A), hoogte 3 en basis 8 (B) en hoogte 2 en basis 5 (C).

Uitvoering

Laat de leerlingen de driehoeken op de rechthoeken leggen zodat het netjes past. Dit kan op een aantal manieren. A ligt altijd met de rechte hoek in een hoek van de rechthoek. B en C kunnen verwisselen tegen de schuine zijde van driehoek A. Maar afhankelijk van deze ligging heeft de onbedekte rechthoek een kleinere oppervlakte. Hoe kan dat?

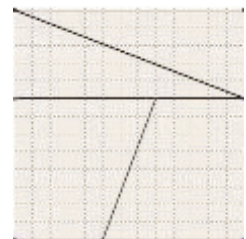
Fibonacci en verdwijnen

Benodigdheden

Ruitjespapier, een liniaal, een pen en een schaar.

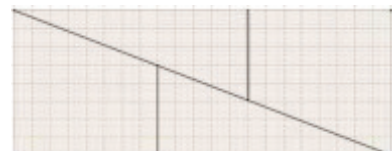
Vorbereitung

Geen, tenzij je niet te veel teken tijd wil verliezen in je les. Dan kan je het volgende werk al thuis doen. Knip voor elke leerling uit ruitjespapier een vierkantje van 13 op 13 met de lijnen zoals op de figuur hiernaast. Het vierkant is eerst verdeeld in 2 rechthoeken met beiden lengte 13 en breedte respectievelijk 5 en 8. Vervolgens is de kleinste rechthoek in twee even grote driehoeken verdeeld en de grootste in twee even grote trapezia met kleinste breedte 5.



Uitvoering

Geef je leerlingen de volgende instructie. Knip de driehoeken en trapezia uit en herschik ze tot een rechthoek van 8 op 21. Vergelijk nu oppervlakte van vierkant en rechthoek. Op mysterieuze wijze is er één vierkantje, een eenheid verdwenen. Hoe kan dat?



KAART RADEN

Benodigdheden

Een spel kaarten.

Het schema:



Vorbereiding

Geen

Uitvoering

Laat een kaart kiezen of trekken zonder dat jij de kaart ziet. Spreek je af wat de getalwaarde is van de beelden: boer = 11; dame = 12; heer = 13. Geef als instructie: "Tel het getal op met het volgende getal. Vermenigvuldig het resultaat met 5. Tel er de kleur bij volgens het schema. Zeg je einduitkomst."

Hiermee kun je gemakkelijk achterhalen wat de kaart was.

DE VIJF DOBBELSTENEN

Vorbereiding

Je hebt voor deze truc vijf dobbelstenen nodig zoals op de foto hiernaast. Elke dobbelsteen heeft een welbepaalde kleur met op elk zijvlak een ander getal:

- Blauw 855 657 459 954 558 756
- Eigeel 377 872 971 179 278 773
- Rood 483 384 285 780 186 681
- Zwart 642 543 345 840 147 741
- Groen 762 960 168 564 366 663



Uitvoering

Je werpt met de dobbelstenen en je kunt meteen de som zeggen ... sneller zelfs dan iemand de getallen kan intikken op een rekenmachine. Dit heeft natuurlijk te maken met de specifieke eigenschappen van de getallen op de dobbelstenen...

JOSEPHUS: DE DRENKELING

Benodigdheden

Twaalf kaarten, namelijk zes 'paren' (bv. harten dame en ruiten dame; schoppen drie en klaver drie; ...). Kies ze verder willekeurig zodat niets opvalt.

Vorbereiding

Plaats ze zo in het pak, dat de afstand tussen de 'maatjes' 6 is (anders gezegd: dat er telkens 5 andere kaarten tussen zijn).

Uitvoering

Je toont snel de kaarten zodat de deelnemer denkt dat ze willekeurig zijn. Leg de stapel op de tafel, beeld naar onder. Laat de stapel couperen. Neem de bovenste kaart, leg die op de tafel (of op een tekening van een vijver) en vertel dat die aan het verdrinken is. Enkel zijn 'maatje' kan hem redden.

Schud de kaarten op zijn Josephus¹: bovenste kaart op tafel, tweede onder de stapel, derde kaart op de andere op tafel, vierde kaart onder de stapel, enz. tot alle kaarten in één stapel op de tafel liggen.

Je toont de laatste kaart: het maatje, nog net op tijd voor de reddingsoperatie.

¹ Pas op: er zijn twee varianten voor het schudden op zijn Josephus. Hier is het eerst op tafel, dan pas onder de stapel.

JOSEPHUS: KAARTEN OP ORDE

Benodigdheden

Acht opeenvolgende kaarten: 1, 2, ..., 8. De kleur heeft geen belang; je kunt ze bv. van één kleur nemen.

Vorbereiding

Plaats de kaarten op volgorde in een stapel (zie foto).



Uitvoering

Je zegt dat je van orde houdt. Deze kaarten *moeten* op volgorde blijven.

Je schudt de stapel op zijn Josephus²: bovenste kaart onder de stapel, tweede op tafel, derde onder de stapel, vierde op de andere op tafel, enz. tot alle kaarten in één pak op de tafel liggen.

Je wilt laten zien dat ze op volgorde gebleven zijn, maar: dat is niet het geval. Laat ontgoocheling blijken en probeer nog eens (met het pak zoals het nu is).

“Nu moet het gelukt zijn”, zeg je. Maar neen, ze liggen weer niet op volgorde.

Schakel nu de grote middelen in: een toverspreuk, een toverstok, een tovenaarsmuts... En schud de stapel nog eens op dezelfde manier...

² Pas op: er zijn twee varianten voor het schudden op zijn Josephus. Hier is het eerst onder de stapel, dan pas op tafel.

HET WONDERGETAL

Vorbereiding

Deze truc vereist geen enkele voorbereiding tenzij je de variant aanbiedt. Voor deze laatste moet je vooraf in één of twee boeken die in je klas liggen een woord opzoeken.

Uitvoering

Laat een leerling een willekeurig getal van 3 cijfers bedenken, een andere leerling dit getal omdraaien en weer een andere leerling moet het kleinste van het grootste getal aftrekken. Laat dit laatste getal weer omdraaien en deze laatste twee getallen met elkaar optellen. Doe alsof je gedachten leest en onthul deze laatst bekomen som.

Om de show nog wat completer te maken, kun je een variant doen. Je vraagt je publiek om een boek te kiezen uit twee boeken die je achteloos toont. Verder laat je het negende woord op de achtste regel van bladzijde tien zoeken in het gekozen boek. Verrassend maar waar: dit woord staat op de achterkant van je bord geschreven.

REKENTRUCJES

IK LEES JE GEDACHTEN: OPTELSOM OF PRODUCT

Vorbereiding

Deze truc vereist geen enkele voorbereiding.

Uitvoering

Laat een leerling een willekeurig natuurlijk getal groter dan 2 in gedachten nemen. Laat hem zowel de voorganger van het getal als het volgende getal erbij optellen. Vraag hem de uitkomst. Doe alsof je zijn gedachten leest en onthul zijn gekozen getal.

Meestal zullen de leerlingen vragen de truc te herhalen. Om de truc niet meteen te moeten verklaren, kun je terugvallen op een variant van deze truc. Laat één of alle leerlingen opnieuw een natuurlijk getal kiezen groter dan 2, maar ditmaal moeten ze de voorganger van het getal vermenigvuldigen met de opvolger van het getal. Laat enkele leerlingen hun uitkomst meedelen. Je kunt weer het oorspronkelijke getal raden.

Een volgende variant van dit laatste is om de leerling de voorganger en de opvolger van het getal te laten vermenigvuldigen en er vervolgens 1 bij op te laten tellen. Je kunt weer het oorspronkelijke getal raden.

SNEL REKENEN MET DE RIJ VAN FIBONACCI

Vorbereiding

Geen voorbereiding nodig. Je hebt bord, krijt, papier en pen nodig.

Uitvoering

Vraag een leerling om op het bord onder elkaar twee willekeurige getallen kleiner dan 10 te schrijven. Ga met je rug naar het bord staan zodat je niet kunt zien wat je leerling noteert. Geef de volgende rekenopdrachten: "Tel de twee getallen op en schrijf deze som onder de twee getallen. Tel nu het tweede en het derde getal op en schrijf dit onder de drie vorige. Blijf dit doen tot je dertien getallen onder elkaar hebt staan in een verticale kolom." Als je leerling klaar is draai je je om, trek een lijn onder de tien eerste getallen en vraag de leerling de som te maken van deze tien getallen. Ondertussen schrijf jij op een andere plek van het bord of op een papiertje een getal en geef het aan een andere leerling. Wat blijkt... het door jou genoteerde getal is de gevraagde som.

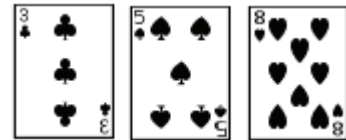
DE KRACHTIGE DRIE

Voorbereiding

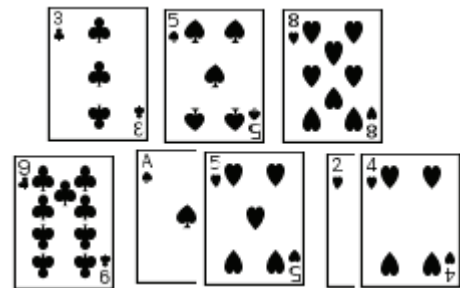
Neem een gewoon pak met 52 speelkaarten. Haal de heren, dames en boeren uit het pakje.

Uitvoering

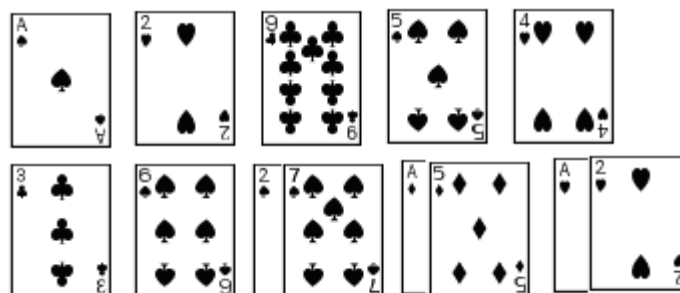
Overhandig de kaarten aan een van de leerlingen en laat hem de kaarten schudden. Vertel de leerling dat hij zo meteen drie kaarten uit het pakje moet trekken. Draai je om zo dat je niet ziet welke kaarten er getrokken worden. Stel dat hij, zoals op de figuur hiernaast, de kaarten drie, vijf en acht trekt.



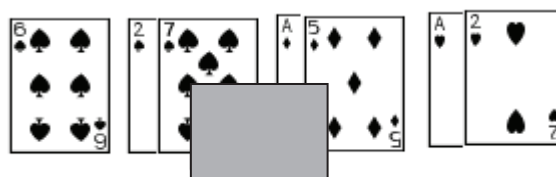
Vervolgens moet de leerling de waarde van elke kaart vermenigvuldigen met drie. Hierbij heeft de aas de waarde één. Vertrekken we van het voorbeeld, dan moet de leerling drie vermenigvuldigen met drie en verkrijgt hij negen. Laat de leerling een kaart met waarde negen uit het pak nemen en die op de volgende rij leggen. Als je vijf vermenigvuldigt met drie, krijg je vijftien. Helaas is hier geen speelkaart voor. In zulke gevallen moet de leerling de waarde vormen met meerdere kaarten. Dat doet hij als volgt: vijftien wordt gevormd door een aas en een vijf, vierentwintig door twee en vier.



Laat de leerling de eerste drie kaarten terug in het hoopje kaarten steken. Daarna moet hij de kaarten die op tafel liggen, schudden en één voor één op de tafel leggen. Laat hem de vorige stap (het vermenigvuldigen met drie) herhalen. In de figuur hieronder zie je het resultaat na de tweede vermenigvuldiging. Mogelijk heb je voor deze bewerking meer azen nodig dan er voorzien zijn in het spel. Je mag twee azen dan vervangen door een twee of drie azen door een drie.



Tot slot mag de leerling de bovenste rij kaarten weer wegsteken en de laatste rij kaarten schudden zoveel hij wil. Hij kiest uit deze kaarten één kaart en legt deze gedekt op tafel (de grijze kaart hieronder). De overige kaarten blijven liggen. Jij bekijkt wat er op tafel ligt en voorspelt de waarde van de gedekte kaart!



BIBLIOGRAFIE

Curry's paradox: how is it possible, <http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Fallacies/CurryParadox.shtml>, geraadpleegd op 3 december 2011

Depoorter, J., Roelens, M., Verbeeck, G. (2012). Goochelen in de wiskundeles. *Uitwiskeling* 28/2, 25-58

Geometrical vanishes, http://library.thinkquest.org/28049/geometrical_vanishes.htm, geraadpleegd op 3 december 2011

Graham R., Knuth, D., Patashnik, O. (1994). *Concrete Mathematics*, 2nd edition, Addison-Wesley

Koornwinder, D., Koornwinder, H. (2005). *Goochelen met wiskunde*.
<http://remote.science.uva.nl/~thk/popular/goochelwis/>, geraadpleegd 10 maart 2015

Missing square puzzle solution, <http://www.youtube.com/watch?v=ExUV3GOTDqE&feature=endscreen&NR=1>, geraadpleegd op 3 december 2011

Power of three Mathematical Card Trick (2009). http://www.youtube.com/watch?v=7-x_vskp6fM, geraadpleegd 21 februari 2012

Rigo, M. (s.d.), *Mathémagie III*, <http://reflexions.ulg.ac.be/Mathmusantes>, geraadpleegd 10 maart 2015

van de Groep, J. (2006), *Gegoochel met getallen*, Wolvega: PrePressMediaPartners

In *Uitwiskeling* 28/2 (Depoorter, Roelens en Verbeeck, 2012) vind je veertien goocheltrucs wiskundig en didactisch uitgewerkt, waaronder: 'Meetkundig verdwijnen', 'De vijf dobbelstenen', 'Het wondergetal', 'Rekentrucjes' en 'De krachtige drie'.

'Het rekenwonder' en 'Josephus' zullen binnenkort ook in *Uitwiskeling* besproken worden. Abonneren kan via www.uitwiskeling.be.